

OPTIMASI PEMILIHAN INGREDIEN DAN ALOKASI PENYIMPANAN BAHAN

David Yunianto dan Abdullah Shahab

Program Studi Magister Manajemen Teknologi, ITS

e-mail: mmtits@rad.net.id

ABSTRACT: *The adverse climate of a business competition, especially in the realm of production of household commodities, enforces a business enterprise to apply a strategic decision about mixing ingredient and its inventory effectively. This decision entails the appropriate selection of ingredient within a minimum attainable cost.*

Optimization of ingredient selection and inventory was carried out in a detergent industry. Optimization was conducted employing the technique of Linear Programming with the incorporation of several relevant constraints. The optimization was focused on the optimal profit, taking account specifically the cost of material handling; this would necessitate the choice of suitable ingredients for manufacture of a certain product, and a decision about where these ingredients would be inventoried.

In this study, the optimization was proven capable to increase the profit in a significant figure. The results of the optimization determined specifically the selection of the ingredients for each product according to the quality specified, and at the same time determined the allotment of the ingredients in the specified inventory.

Keywords: *mixing ingredients, material allocation, Linear Programming.*

1. PENDAHULUAN

Sebuah perusahaan yang berlokasi di Jawa Timur menentukan pilihan bisnisnya dengan memproduksi sabun dan bahan-bahan untuk sabun. Produk yang diproduksi oleh perusahaan ini dilakukan secara *mass production* (produksi tidak berdasarkan pesanan konsumen) dengan pangsa pasar yang cukup luas.

Sebagaimana lazimnya suatu usaha yang bergerak dalam bidang bisnis, perusahaan ini berupaya untuk menata proses dan sarana produksinya agar mampu meraih suatu keuntungan yang optimal. Salah satu langkah yang dianggap strategis dalam upaya mencapai keuntungan yang optimal ini adalah menentukan jumlah ingredien (bahan baku) yang disimpan untuk pembuatan produk-produk agar biaya yang terkait dengan biaya pemilihan dan penempatan bahan bisa diminimalkan. Pembuatan berbagai produk pada perusahaan ini melibatkan 22 macam ingredien yang masing-masing memiliki kebutuhan ruang penyimpanan yang berbeda-beda. Ingredien-ingredien ini bisa dialokasikan pada 2 buah gudang penyimpanan yang tersedia dengan kapasitas penyimpanan yang berbeda-beda.

Jenis produk yang diproduksi memiliki komposisi jumlah dan jenis ingredien tertentu sesuai dengan formula. Oleh karena itu penyimpanan ingredien perlu ditentukan sehubungan dengan berapa banyak masing-masing ingredien tersebut harus disimpan dengan memperhatikan keterbatasan gudang, keuntungan

produk dan biaya-biaya yang terkait dengan pengadaan ingredien. Untuk mengatasi permasalahan ini dilakukan suatu usaha untuk menentukan alokasi penyimpanan ingredien guna memperoleh komposisi jumlah dan jenis ingredien yang akan mengoptimalkan keuntungan.

Sebagai hasil dari studi pendahuluan pada masalah-masalah sejenis yang berkaitan dengan alokasi sumber-sumber daya atau *resources* pada dunia industri, Teknik Program Linier dianggap mampu untuk menyelesaikan permasalahan ini sehingga dipilih sebagai teknik yang akan digunakan.

2. PROGRAM LINIER

2.1 Pengertian Program Linier

Program Linier adalah metode matematika yang menjabarkan alokasi terbaik dari sumber yang terbatas atau kapasitas yang terbatas untuk mencapai tujuan yang diinginkan (Apple, 1977). Suatu *linear program* adalah sebuah proses optimasi masalah (Murty, 1995). Ada beberapa tahap yang harus dilakukan dalam menggunakan metode *Program Linier*. Pertama, masalah harus dapat diidentifikasi sebagai sesuatu yang dapat diselesaikan dengan program linier. Kedua, masalah dari kondisi riil harus dapat dirumuskan ke dalam model matematika, sehingga masalah yang tidak beraturan dapat menjadi terstruktur. Dan ketiga, model yang telah dirumuskan diselesaikan dengan teknik matematika.

2.2 Permodelan Program Linier

Sifat permodelan Program Linier:

- *Linearity*: syarat utama Program Linier adalah bahwa fungsi-fungsi kendala dan fungsi tujuan harus linier, yang berarti tingkat perubahan atau hubungan fungsional antar variabel dinyatakan hanya dengan persamaan-persamaan linier.
- *Additivity*, Program Linier mensyaratkan bahwa hasil dari penggunaan sumber daya harus bersifat aditif. Artinya hasil total dari pengaruh semua variabel-variabel keputusan, baik yang berhubungan dengan penggunaan sumberdaya maupun pada fungsi obyektif, merupakan penambahan dari pengaruh variabel-variabel ini secara sendiri-sendiri.
- *Divisibility*, nilai dari variabel keputusan tidak dibatasi nilai integer (bulat), sehingga bisa berupa nilai pecahan.
- *Deterministic*, nilai dari parameter diasumsikan konstan dan diketahui secara pasti. Kondisi ketidakpastian yang mungkin ada di lapangan harus diasumsikan dahulu sebagai kondisi yang bisa diketahui dan sudah diperoleh secara pasti (Schrijver, 1998).

Pada kenyataannya model Program Linier di lapangan terdiri dari banyak sekali hubungan fungsi-fungsi. Untuk merumuskan masalah yang dihadapi di dunia riil ke dalam model program linier seringkali ditemukan banyak kendala. Oleh karena itu, perlu dituliskan terlebih dahulu pernyataan masalah yang dihadapi secara lebih menyeluruh, diawali dengan menyuguhkan masalah dalam pernyataan-pernyataan verbal untuk selanjutnya diabstraksikan dalam bentuk persamaan-persamaan matematis dalam format Program Linier sehingga bisa dicari solusinya.

Format masalah yang ingin diselesaikan dengan menggunakan teknik Program Linier akan memuat variabel-variabel keputusan yang nilai optimalnya ingin dicari. Variabel keputusan adalah notasi matematis yang menggambarkan tingkat aktivitas perusahaan ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$). Sebagai contoh, apabila suatu perusahaan akan memproduksi x_1 produk A, x_2 produk B, dan x_3 produk C, maka variabel x_1, x_2, x_3 adalah variabel keputusan yang menunjukkan jumlah produk setiap item yang belum diketahui dan ingin ditentukan solusinya agar perusahaan bisa mencapai keuntungan maksimal. Pendekatan untuk mendapatkan solusi dari model Program Linier adalah menggunakan pendekatan aljabar, yaitu hubungan matematika yang membentuk model, sehingga diperoleh suatu nilai dari variabel keputusan yang optimal. Untuk model yang hanya mempunyai dua variabel, solusi optimal bisa dicari dengan pendekatan metode grafik. Model yang memiliki tiga variabel atau lebih penggambarannya akan sulit atau bahkan tidak bisa digambarkan solusi optimalnya.

Untuk menghindari penggambaran yang sulit pada metode grafik, metode pemecahan lain yang dapat ditempuh adalah metode *simpleks*. Dalam metode ini, model diubah ke dalam bentuk suatu tabel kemudian dilakukan beberapa langkah matematis dan dilakukan pengulangan proses pemindahan dari titik ekstrem ke titik ekstrem lainnya pada batas daerah solusi sampai didapat solusi yang terbaik (Reveliotis, 1997).

Variabel-variabel keputusan ini bisa ditemukan dalam persamaan-persamaan fungsi tujuan dan beberapa fungsi kendala. Fungsi tujuan menyatakan tujuan dari optimasi masalah yang biasanya terkait dengan memaksimalkan atau meminimalkan suatu fungsi; seringkali maksimalisasi dan minimalisasi ini berkaitan dengan biaya atau *resources* yang lain. Optimasi fungsi tujuan ini tidak mungkin bisa dilakukan apabila masalah yang disajikan tidak dibatasi, karena pada saat seperti ini variabel-variabel keputusan akan bergerak bebas tidak terkendali dan akan menghasilkan optimasi yang tidak bermakna. Untuk itu pada format *Program Linier dikenal adanya fungsi-fungsi kendala* yang merupakan bagian tidak terpisahkan dari formulasi Program Linier yang akan membatasi nilai dari variabel keputusan agar tidak melanggar batasan-batasan yang sudah ditentukan. Batasan-batasan dalam formulasi Program Linier ini biasanya merupakan batasan-batasan teknologi, yaitu yang berkaitan dengan batasan ketersediaan sarana-sarana produksi, dan bisa juga berupa batasan-batasan ekonomi yang terkait dengan penyediaan dana dan masalah-masalah pasar.

3. PERUMUSAN PERMASALAHAN

Keuntungan perusahaan diperoleh dengan cara menjual produk. Keuntungan bisa mencapai nilai maksimal bila permintaan produk bisa terpenuhi. Untuk itu, perusahaan harus menyimpan jenis dan jumlah ingredien yang tepat untuk mencukupi permintaan serta mengurangi biaya penyimpanan akibat dari menyimpan ingredien yang tidak diperlukan untuk membuat produk. Permasalahan yang timbul dalam penelitian ini adalah bagaimana membuat model alokasi penyimpanan dan pemilihan ingredien di gudang sehingga diperoleh komposisi dan jenis ingredien yang akan mengoptimalkan keuntungan.

4. PERMODELAN MATEMATIS ALOKASI PENYIMPANAN DAN PEMILIHAN INGREDIEN

4.1 Variabel Keputusan

Langkah awal dalam pembentukan model matematis adalah menentukan variabel keputusan. Variabel keputusan merupakan output yang nilainya akan dioptimalkan sesuai dengan permasalahan yang ada sehingga memenuhi fungsi tujuan. Variabel keputusan yang terlibat dalam model perencanaan produksi ini adalah berkaitan dengan jumlah ingredien tertentu yang akan digunakan untuk membuat produk tertentu yang akan disimpan di gudang tertentu. Dalam simbol matematis, variabel keputusan ini bisa dituliskan dengan X_{ijk} yang menunjukkan jumlah ingredien jenis i untuk membuat produk j yang disimpan di gudang k .

4.2 Fungsi Tujuan

Dalam optimasi ini fungsi tujuan adalah menentukan alokasi ingredien yang disimpan untuk mengoptimalkan keuntungan (belum memperhitungkan biaya material handling) dari produk yang dihasilkan, dikurangi dengan biaya *material handling*. Secara matematis formulasi optimasi ini bisa dituliskan, Maksimalkan:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o [P_j - D_{jk}] X_{ijk} \dots\dots\dots(1)$$

Dimana:

- i : Indeks yang menunjukkan jenis ingredien yang digunakan ($i = 1..m$)
- j : Indeks jenis produk yang dibuat ($j = 1..n$)
- k : Indeks lokasi gudang ($k = 1..o$)
- P_j : Keuntungan penjualan produk (Rp/ton)
- D_{jk} : Biaya *material handling* ingredien untuk membuat produk j yang berasal dari gudang k (Rp/ton)
- X_{ijk} : jumlah ingredien jenis i untuk membuat produk j yang disimpan di gudang k .

Dari formulasi ini bisa dilihat, sebagai contoh, apabila suatu produk 1 ($j=1$) yang dalam pembuatannya memerlukan ingredien 2 ($i=2$) dan 3 ($i=3$) yang disimpan di gudang 1 ($k=1$), dan ingredien 4 ($i=4$) yang disimpan di gudang 2 ($k=2$), maka keuntungan bersih yang diperoleh adalah hasil penjualan produk campuran ingredien 2, 3, dan 4, yang jumlahnya adalah $X_{211} + X_{311} + X_{412}$, dikurangi dengan biaya material handling membawa ingredien-ingredien ini dari gudang masing-masing. Apabila keuntungan penjualan produk 1 adalah P_1 , dan biaya material handling produk 1 dari gudang 1 dan gudang 2 adalah D_{11} dan D_{12} masing-masing, maka keuntungan bersih penjualan produk adalah:

$$P_1 \cdot (X_{211} + X_{311} + X_{412}) - D_{11} \cdot (X_{211} + X_{311}) - D_{12} \cdot (X_{412}) \dots\dots (2)$$

4.3 Fungsi Kendala

Permodelan untuk penyimpanan dan pemilihan ingredien ini dibatasi oleh beberapa kendala-kendala. Kendala-kendala ini berkaitan dengan permintaan untuk masing-masing produk, kapasitas simpan ingredien, kapasitas gudang, budget dan kendala proporsionalitas ingredien.

4.3.1 Kendala Demand

Penyediaan produk sebagai target produksi harus memenuhi permintaan yang ada. Sedang kelebihan produksi dimaksudkan sebagai usaha untuk mencapai keuntungan maksimal dengan kemungkinan menjual produk di pasaran bebas. Hal ini dirumuskan dalam pertidaksamaan matematis:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o X_{ik} \geq d_j \quad j = 1, \dots, n \quad \dots\dots\dots(3)$$

Dimana :

d_j = Permintaan produk tipe j (ton)

Dari formulasi bisa dilihat bahwa permintaan suatu produk akan dipenuhi dengan upaya pencampuran beberapa jenis ingredien (apabila diperlukan) sesuai dengan formula yang sudah ditetapkan yang mungkin disimpan di gudang-gudang yang berbeda.

4.3.2 Kendala Ketersediaan Ingredien

Jumlah ingredien yang disimpan untuk menghasilkan semua produk tidak boleh melebihi kapasitas ingredien yang tersedia di pasaran. Ini disebabkan karena banyaknya konsumen yang membeli ingredien yang sama dan terbatasnya kemampuan pasar mensuplai ingredien akibat dari permintaan yang harus dipenuhi dalam waktu yang singkat. Hal ini dirumuskan dalam pertidaksamaan matematis:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^o X_{jk} \leq K_i \quad i = 1, \dots, m \quad \dots\dots\dots(4)$$

Dimana :

K_i = Ketersediaan ingredien i (ton)

4.3.3 Kendala Kapasitas Gudang

Jumlah total ingredien-ingredien yang disimpan tidak boleh melebihi kapasitas gudang yang tersedia; kapasitas gudang yang tersedia ini sudah memperhitungkan ruang-ruang lain yang dibutuhkan untuk kelancaran proses penyimpanan dan pengeluaran barang seperti jalan untuk alat angkut dan sebagainya. Hal ini dirumuskan dalam pertidaksamaan matematis:

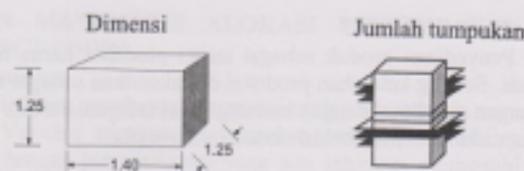
$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_i X_{ij} \leq G_k \quad k = 1, \dots, o \quad \dots\dots\dots(5)$$

Dimana:

- C_i = Konstanta kebutuhan ruang ingredien i (m^2 /ton)
- G_k = Kapasitas gudang k (m^2)

- Menentukan Konstanta kebutuhan ruang ingredien i (C_i)

Dimensi dari kontainer untuk masing-masing ingredien bervariasi, jumlah penumpukannya juga berbeda-beda tergantung dari kapasitas angkat *forklift* dan faktor keamanan yang mensyaratkan ketinggian maksimum penumpukan. Contoh dimensi dan penumpukan kontainer untuk ingredien 1 ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Dimensi dan Tumpukan Kontainer Ingredient 1

Kebutuhan ruang untuk ingredient 1 dihitung dari ukuran kontainer dan banyak penumpukan. Berat 1 kontainer ingredient 1 adalah 2 ton dengan ukuran dimensi $p \times l \times t = 1.40 \times 1.25 \times 1.25$. Dengan mempertimbangkan bahwa kontainer bisa ditumpuk dengan 4 tumpukan dan berat per kontainer adalah 2 ton, maka kebutuhan ruang per ton ingredient 1 (C_1) adalah: $(1.4 \times 1.25) / (4 \times 2) = 0.22 \text{ m}^2/\text{ton}$. Kebutuhan ruang untuk ingredient-ingredient yang lain bisa dicari dengan cara yang sama.

4.3.4 Kendala Budget

Walaupun perusahaan menginginkan keuntungan yang maksimal, namun perusahaan juga dibatasi oleh persediaan dana yang dimiliki. Jumlah total pembelian ingredient tidak boleh melebihi *budget* pendanaan yang sudah ditentukan. Secara matematis kendala ini bisa dituliskan sebagai:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^a H_i X_{ijk} \leq B \dots\dots\dots(6)$$

Dimana:

- H_i = Harga beli ingredient i (Rp/ton)
- B = Budget pembelian ingredient (Rp)

4.3.5 Kendala Proporsionalitas Ingredient

Pembuatan produk-produk tertentu mensyaratkan adanya formula sebagai keseimbangan antara ingredient yang satu dengan ingredient yang lain. Setiap produk yang dibuat komposisinya terdiri dari beberapa ingredient dengan proporsi yang sudah ditentukan. Untuk pembuatan suatu produk tertentu kadang-kadang hanya ada satu jenis ingredient saja yang bisa digunakan sebagai salah satu komposisi produk dan tidak bisa digantikan oleh ingredient yang lain; ingredient seperti ini dikatakan sebagai ingredient yang tidak bisa saling menggantikan. Di sisi yang lain, terdapat beberapa ingredient yang berbeda tetapi bisa mempunyai fungsi yang sama, sehingga dengan demikian bisa digunakan secara bersamaan; ingredient seperti ini dinamakan ingredient yang bisa saling menggantikan.

- Proporsionalitas Ingredient yang Tidak Bisa Saling Menggantikan:

Untuk ingredient yang tidak bisa saling menggantikan, proporsionalitas antar ingredient dituliskan secara matematis sebagai:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^a X_{ijk} - \varphi \left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^a X_{itk} \right\} = 0 \quad i, t \in I \quad i \neq t \quad (7)$$

Dimana:

- i, t = Subset dari ingredient I
- φ = Proporsionalitas

Persamaan ini menunjukkan perbandingan antara satu ingredien (hanya satu saja) dengan ingredien lain dengan suatu proporsionalitas sebesar ϕ .

- *Proporsionalitas Ingredien yang Bisa Saling Menggantikan:*

Untuk ingredien yang bisa saling menggantikan, proporsionalitas antar ingredien dituliskan secara matematis sebagai:

$$\left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_{jk} \right\} + \left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_{jk} \right\} - \lambda \left\{ \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n X_{jk} \right\} = 0 \quad i, t, v \in I \quad (8)$$

$i \neq t \neq v$

Dimana :

- i, t, v : Subset dari ingredien I
- i dan t bisa saling menggantikan
- λ : Proporsionalitas

Dari formulasi ini tampak bahwa ada kemungkinan lebih dari satu ingredien yang bisa bercampur membentuk suatu produk dengan proporsionalitas λ .

5. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dengan melengkapi formulasi matematis yang dituliskan sebelumnya dengan data yang berkaitan dengan penyimpanan dan pemilihan ingredien, permintaan produk, kapasitas simpan ingredien, konstanta kebutuhan ruang, kapasitas gudang, jumlah budget, proporsionalitas formula produk, keuntungan produk dan biaya *material handling* masing-masing ingredien untuk membuat produk tertentu, program matematis ini bisa diselesaikan. Penyelesaian program matematis ini menghasilkan suatu alokasi dan pemilihan ingredien yang mampu memenuhi permintaan produk-produk yang ada dengan biaya *material handling* yang minimal; hal ini dimungkinkan karena pemilihan dan penyimpanan ingredien yang tepat dan optimal. Dengan penyelesaian program ini diperoleh nilai-nilai dari variabel-variabel keputusan yang meliputi jumlah penyimpanan ingredien; jenis ingredien yang disimpan dan gudang yang tepat untuk menyimpan ingredien tertentu. Secara keseluruhan, program ini memuat lebih dari 700 variabel keputusan dengan lebih dari 50 kendala. Hasil optimasi penempatan ingredien ditunjukkan pada Tabel 1. Jumlah ingredien yang ditempatkan sesuai dengan kebutuhan permintaan untuk berbagai produk dan sesuai dengan kapasitas gudang yang tersedia. Bisa dilihat dari Tabel 1 bahwa secara umum ingredien tertentu secara keseluruhan ditempatkan pada satu gudang tertentu; hal ini dilakukan dalam upaya meminimalkan biaya *material handling*.

Pemilihan ingredien yang tepat untuk pembuatan produk dan penempatan ingredien pada gudang-gudang yang sesuai dengan output optimasi menghasilkan suatu keuntungan yang lebih besar apabila dibandingkan dengan keuntungan yang diperoleh saat ini. Dari hasil perhitungan yang dilakukan untuk kebutuhan permintaan sesuai dengan data yang digunakan dalam optimasi, keuntungan yang diperoleh sebelum diadakan optimasi adalah sebesar Rp. 19.230.755.330,-. Sedangkan keuntungan yang diperoleh setelah optimasi mencapai Rp. 19.305.220.000. Dengan demikian diperoleh peningkatan keuntungan sebesar: Rp. 19.305.220.000 - Rp. 19.230.755.330 = Rp. 74.464.670,00/minggu.

Tabel 1: Jumlah dan Penempatan Ingredien di Gudang

Gudang	Ingredien	Jumlah (ton)
1	1	188,58
	3	400
	4	700
	5	305,71
	9	142
	10	25,71
	12	25,63
	19	0,86
2	2	300
	5	624,18
	6	563,79
	7	706,74
	8	48,71
	11	203,33
	13	0,09
	14	0,37
	15	142,11
	16	19,10
	17	92,05
	18	57,3
	20	129,39
	21	776,37
22	0,19	

6. KESIMPULAN

Optimasi pemilihan dan penempatan ingredien menggunakan teknik *Linear Programming* yang dilakukan pada pembuatan produk-produk detergen mampu menghasilkan keuntungan yang lebih besar dibanding dengan alokasi yang sudah dilakukan sejauh ini. Optimasi berujung pada penentuan jumlah ingredien yang dibutuhkan dan pilihan penempatan ingredien pada gudang-gudang yang tersedia untuk meminimalkan *material handling*. Dengan melihat peningkatan keuntungan yang cukup signifikan pada optimasi yang sudah dilakukan, penggunaan teknik ini layak untuk digunakan kembali pada saat-saat mendatang.

DAFTAR PUSTAKA

- Apple, J. M., 1985. *Material Handling System Design*.
 Apple, J. M., 1977. *Plant Layout and Material Handling*. Third edition.
 Murty, K. G., 1995. *Operation Research, Deterministic Optimization Models*, Prentice Hall.
 Reveliotis, S., 1997. *The General Linier Programming Formulation*, <http://www.isye.gatech.edu/~spyros/LP/node3.html>.
 Schrijver, A., 1998. *Theory of Linear and Interger Programming*, http://en.wikipedia.org/wiki/Linear_programming#Algorithms.